

DEUTSCHLANDFUNK

Redaktion Hintergrund Kultur / Hörspiel

Redaktion: Ulrike Bajohr

Am Abgrund der Unendlichkeit

Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinander treffen

27.6.08, Länge: 49:38 min

Literatur

- Aczel, Amir: Die Natur der Unendlichkeit. Mathematik, Kabbala und das Geheimnis des Aleph. Hamburg 2002.
- Casti, John L. / DePauli, Werner: Gödel. A life of Logic. Cambridge 2001.
- Hardy, G.H.: A Mathematician's Apology. Cambridge¹² 2007.
- Kanigel, Robert: Der das Unendliche kannte. Das Leben des genialen Mathematikers Srinivasa Ramanujan. Braunschweig² 1995.
- Nagel, Ernest / Newman, James R.: Der Gödelsche Beweis. München 1964.
- Purkert, Walter / Ilgands, Hans Joachim: Georg Cantor 1845-1918. Basel 1987.
- Sautoy, Marcus du: Die Musik der Primzahlen. München² 2006.
- Sigmund, Karl / Dawson, John / Mühlberger, Kurt: Kurt Gödel. Das Album. Wiesbaden 2006.
- Taschner, Rudolf: Das Unendliche. Heidelberg² 2006.

Besetzungsliste

Sprecher	Claus Dieter Clausnitzer
Sprecherin	Anja Niederfahrenhorst
Studentin	Xenia Snagowski
Student	Simon Roden
Zitate Ramanujan, Hilbert, Weizsäcker	Thomas Lang

Oton-Geber

Prof. Dr. Erhard Scholz	Professor für Mathematik-Geschichte, Uni Wuppertal
Prof. Dr. Dörte Haftendorn	Professorin für Mathematik, Uni Lüneburg
Prof. Dr. Walter Purkert	Mathematik-Professor und Cantor-Biograf
Prof. Dr. Albrecht Beutelspacher	Direktor des Mathematikums, Gießen
Dr. Werner DePauli-Schimanovich	Pensionierter Mathematiker, Uni Wien

Atmo setzt ein: Uni-Mensa. Eine Studentin kommt abgehetzt an einen Tisch. Lässt sich auf Stuhl fallen. Am Tisch sitzt bereits jemand und isst.

Studentin (gehetzt) Hast Du schon mal ein Wettrennen gegen eine Schildkröte verloren?

Student (genervt, ironisch) Hier ist noch frei. Setz Dich ruhig.

Studentin (jetzt ruhiger) Hast Du schon mal ein Wettrennen gegen eine Schildkröte verloren?

Student (stutzt) Äh...

Studentin Die Schildkröte bekommt natürlich ein wenig Vorsprung.

Student (zögert) Wie viel?

Studentin Ach, ist eigentlich auch egal. Du verlierst sowieso.

Student Klar...

Studentin Im Ernst. Also: Du und die Schildkröte – ihr beide startet gleichzeitig. Nur die Schildkröte hat halt ein wenig Vorsprung. Wenn Du an dem Punkt angekommen bist, von dem die Schildkröte gestartet ist, ist sie schon lange weg. Weiter gekrochen!

Student Weiter gekrochen...

Studentin Ja, und das geht so weiter. Du liegst ja schließlich immer noch hinten. Um den neuen Rückstand aufzuholen, brauchst Du wieder Zeit. Zeit, die auch die Schildkröte nutzt. Egal, wie lange das Rennen dauert. Und sei es auch unendlich lang. Du kannst die Schildkröte nicht einholen. Nie!

Atmo blendet aus. Dafür Musik: etwas düstere Streicher.

Sprecher Am Abgrund der Unendlichkeit.
 Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen.
 Ein Feature von Sven Preger.

Musik blendet auf.

Zitat Hilbert Das Unendliche hat wie keine andere Frage von jeher so tief das
 Gemüt der Menschen bewegt.

Sprecherin Und zwar seit mehr als 2500 Jahren.

Musik Ende. Geräusch: Stoppuhr.

Sprecherin Denn schon im 5. Jahrhundert vor Christus läuft die Schildkröte
 ihr Wettrennen – gegen den damals schnellsten Mann der Welt:
 Achill. Und schon damals gewinnt sie. Zumindest im Paradoxon
 des Zenon von Elea.

Geräusch Ende.

Oton 1 (17) *(Erhard Scholz) 00:13:28-3 Das Unendliche hat natürlich in
 gewissem Sinne schon immer eine Rolle für die Mathematik
 gespielt. Das ist jetzt ein bisschen übertrieben: Schon immer.
 Aber seit dem es eben diesen griechischen Einfluss auch eben
 des begrifflichen und philosophischen Denkens für die
 Mathematik gibt, spielt das Unendliche eine Rolle.*

Musik setzt wieder ein: wie oben.

Zitat Hilbert Das Unendliche hat wie kaum eine andere Idee auf den Verstand
 so anregend und fruchtbar gewirkt.

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

Sprecherin Und den einen oder anderen sogar an den Rand des Wahnsinns getrieben. Oder darüber hinaus.

Oton 2 (16) *(Erhard Scholz) Dann sind wir vielleicht überrascht und sagen: Oh! Und stellen uns die Frage: Ist vielleicht Mathematik was besonders Gefährliches? 00:34:26-6*

Zitat Hilbert Das Unendliche ist aber auch wie kein anderer Begriff der Aufklärung bedürftig.

Sprecherin David Hilbert. Mathematischer Universalgelehrter. 1925.

Musik blendet aus. Dafür Geräusch: Stoppuhr.

Oton 3 (10) *(Erhard Scholz) 00:15:29-3 Ja, zunächst mal ist es ja ein Problem, wie man mit dem Unendlichen überhaupt umgehen soll. Das kommt ja wirklich erstmal als Paradoxie einher...*

Sprecherin ...denn eigentlich verliert man ja kein Rennen gegen eine Schildkröte.

Oton 4 (10) *(Erhard Scholz) Also erstmal ist das nur eine Warnung. Dass man sich eigentlich hüten soll, über das Unendliche nachzudenken, weil man da den Grund unter den Füßen verliert.*

Sprecherin Erhard Scholz. Mathematikhistoriker. 2008.

Musik.

Sprecherin Die moderne Mathematik ist geprägt von Forschern, die sich in die Unendlichkeit vorgewagt haben. Und darüber der endlichen Welt abhandeln kamen. Georg Cantor, Srinivasa Ramanujan, Kurt Gödel. Doch sie alle hätten das Unendliche kaum betreten, wäre da nicht ein vierter Mann gewesen. Ein Genie, der in

seinem Kopf die Mathematik neu ordnete. Sein Name: Bernhard Riemann. Sein Wirkungsort: Göttingen.

Musikwechsel. Piano.

Sprecher Ein Hörsaal. Vorne steht ein Mann. Vollbart, Nickelbrille, Seitenscheitel. Er spricht über unendliche Reihen, komplexe Funktionen und Integrale. Der Mann beschreibt exakt, definiert präzise und beweist stringent. Doch kaum jemand hört Bernhard Riemann zu.

Oton 5 (12) *(Dörte Haftendorn) 00:03:12-0 Er hat sicher nicht besonders pädagogisch gesprochen, weil er diesen Anspruch der Vollständigkeit und Exaktheit immer hatte. Und er hatte relativ wenig Hörer.*

Sprecher Sagt Dörte Haftendorn. Sie ist Mathematik-Professorin in Lüneburg.

Oton 6 (11) *(Dörte Haftendorn) Also insofern kann man schon sagen, dass er sich seiner Qualität bewusst war. Aber damit eben leben musste, dass er von vielen nicht verstanden wurde.*

Sprecher Nur mit seinen Zahlen und Formeln versteht sich Bernhard Riemann – mit anderen Menschen eher nicht. Soziale Kontakte hat er Zeit seines Lebens kaum. Riemann ist lieber in seiner eigenen Welt unterwegs. Einer Welt, die aus der Unendlichkeit der Zahlen besteht.

Musik: Piano (geheimnisvoll).

Sprecher Bernhard Riemanns erste Zahlen sind 17, 9 und 1826. Am 17. September 1826 wird er im Hannoverschen Wendland geboren. Er ist eines von sechs Kindern. Und schon beim heimischen Unterricht fällt auf: dieser Junge hat ein außergewöhnliches

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

Talent – für Mathematik. Das soll gefördert werden. Dazu kommt er schließlich auf ein Gymnasium in Lüneburg: Das Johanneum. Ein Glück für Riemann. Denn hier lehrt Constantin Schmalfuß.

Oton 7 (14) *(Dörte Haftendorn) Und dieser Mann merkte sofort, was er da für ein Genie hat. Und hat ihm alles ausgeliehen, was er überhaupt in den Regalen hatte. 00:02:07-7*

Sprecher Darunter ist schließlich auch ein komplexes Buch über Zahlentheorie. Dieses gibt Schmalfuß Riemann mit nach Hause. Ein kleiner Test.

Oton 8 (20) *(Dörte Haftendorn) Das Ding war ein ziemlicher Wälzer von 900 Seiten. Und Schmalfuß hat gemeint, dass wäre vielleicht doch noch zu schwer und hat Riemann gesagt: Na ja, wenn Du es nicht verstehst, ist nicht so schlimm. Und nach einer Woche brachte Riemann das zurück, und Schmalfuß sagte schon: Na ja, das war wohl ein bisschen hoch. Nein, sagt Riemann, das war ein interessantes Buch.*

Sprecher Riemann liebt die Zahlen. Und dieses Wissen rettet ihm schließlich sein Abitur. Denn sein Perfektionismus ist zwar gut für die Mathematik, aber eher hinderlich in anderen Fächern. Kaum ein Deutsch-Aufsatz wird jemals fertig. Dennoch bekommt das Ausnahme-Talent schließlich das Abitur 1. Klasse – die höchste Auszeichnung. Eigentlich ist alles in Ordnung. Wenn da nicht eine Kleinigkeit wäre.

Musik: Bedrohlich.

Sprecher Im Kopf des Abitur-Zeugnisses steht ein kleiner Vermerk: Bernhard Riemann fehlt häufig – er ist krank. Immer wieder. Von Kind an. Später wird er deshalb kaum mehr arbeiten können. Der Grund: Tuberkulose – Schwindsucht. Eine Krankheit, die schon

seine Mutter dahingerafft hat, dann seinen Vater und drei seiner fünf Geschwister.

Musik blendet auf.

Sprecher Riemann sucht sein Heil in der Mathematik. Zum Studium geht er nach Göttingen und soll eigentlich Theologe werden – wie sein Vater. Doch Riemann hört lieber Mathematik-Vorlesungen und wechselt schließlich Studienfach und Studienort. Er zieht ins Zentrum der Mathematik: nach Berlin. Dort kommt er mit den führenden Köpfen seiner Zeit zusammen und saugt die Mathematik regelrecht auf. Riemanns Interesse ist unendlich.

Oton 9 (11) *(Dörte Haftendorn) 00:09:30-7 Also, zunächst für alles, was ihm unterkam. Das waren ja auch die Impulse, die ihm Berlin mitgegeben hat. Und da kamen dann auch die Zahlentheorie und andere mathematische Gebiete sehr stark zum Tragen. 00:09:51-3*

Musik blendet auf. Collage nimmt an Tempo zu.

Collage Sprecherin: In der Integralrechnung.
 Sprecher: Das Riemann-Integral.
Sprecherin: In der Funktionentheorie.
 Sprecher: Die Riemannsche Fläche.
Sprecherin: In der Differentialgeometrie
 Sprecher: Die Riemannsche Geometrie.
Sprecherin: In der Analysis.
 Sprecher: Das Riemannsche Problem.
Sprecherin: In den unendlichen Reihen.
 Sprecher: Der Riemannsche Umordnungssatz.
Sprecherin: In der analytischen Zahlentheorie.
 Sprecher: Die Riemannsche Zeta-Funktion. **(hallt aus)**

Musik Ende.

Sprecher Riemann baut sich seine eigene Welt – eine mathematische Welt. Er ist der Architekt der modernen Mathematik. Und in dieses neue Gebäude gehört auch eine ganz besondere Größe: Die Unendlichkeit.

Oton 10 (10) *(Dörte Haftendorn) 00:16:26-4 Große Teile der Mathematik werden erst dadurch interessant, dass man unendlich viele nimmt, unendliche, viele Summen, unendlich Kleines, unendliche viele Summanden.*

Geräusch: Stoppuhr.

Sprecher Zum Beispiel, wenn man ausrechnen will, ob Achill eine Schildkröte einholen kann. Die entscheidende Frage: Wie lange hält der Vorsprung der Schildkröte? Zenon sagt: Unendlich lange. Denn unendlich viele Male kann sie sich ein Stück fortbewegen und bleibt so immer vorne. Ein Trugschluss. Denn, was Zenon übersieht: Der Vorsprung der Schildkröte kann zwar in unendlich viele kleine Teile zerlegt werden. Das heißt aber nicht, dass die Strecke unendlich wird oder es unendlich lang dauert, sie zurückzulegen. Oder praktisch ausgedrückt: Nach ein paar Schritten und wenigen Augenblicken liegt die Schildkröte hinten!

Stoppuhr Ende.

Sprecher Unendliche Reihen, unendliche Summen, unendlich Kleines, unendlich Großes. Riemann wird schließlich zum Fachmann.

Oton 11 (4) *(Dörte Haftendorn) So dass man sagen kann: Riemann hat schon das Unendliche gut im Griff gehabt. 00:18:10-3*

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

Sprecher Ein Mann hilft ihm dabei: Carl Friedrich Gauß. Gauß lehrt in Göttingen, und dahin kehrt Riemann nach seinem Berliner Studium zurück. Gauß und Riemann. Der Alte und der Junge. Zwei Genies auf Augenhöhe.

Oton 12 (14) *(Dörte Haftendorn) 00:06:11-4 Gauß hat selten mal wen gelobt. Aber Riemann hat er gelobt. Und alle, die Gauß kennen, schätzen ein, dass eben das Lob, das er Riemann gegenüber ausgesprochen hat, immens groß gewesen ist.*

Sprecher So greift Riemann schließlich ein Problem seines Mentors auf. Dabei geht es um nicht weniger als die Grundfesten der Mathematik: Die Primzahlen!

Musik startet.

Sprecher Primzahlen. Natürliche Zahlen, die nur durch sich selbst und 1 teilbar sind. Nicht weiter zerlegbar. Die Elemente der Mathematik. Und nur wer die Elemente versteht, kann das große Ganze verstehen. Und wieder trifft Riemann auf die Unendlichkeit. Denn schon Euklid konnte im 3. Jahrhundert vor Christus zeigen, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. Doch wie sind diese Zahlen verteilt? Folgen sie einem Muster? Und wie viele Primzahlen gibt es bis zu einer gewissen Grenze? Diese Frage hatte sich schon Gauß gestellt und eine Abschätzung gefunden – mehr nicht.

Musik blendet auf.

Sprecher Genau diese Abschätzung will Bernhard Riemann verbessern. Dazu baut er eine komplexe Reihe: Die Riemannsche Zeta-Funktion. Riemann glaubt, dass diese Funktion bestimmte Eigenschaften hat. Das Problem: Nur wenn seine Annahme stimmt, kann er etwas über die Verteilung der Primzahlen sagen.

Dieses Problem wird als Riemannsche Vermutung in die Geschichte der Mathematik eingehen. Denn diesmal hat Riemann keinen Erfolg. Er scheitert. Er findet keinen Beweis für seine Behauptung. Kein Muster in der Unendlichkeit der Zahlen. Und auch nach ihm findet es keiner: Bis heute nicht. Ein Makel für die gesamte Mathematik, erzählt Dörte Haftendorn.

Oton 13 (27) *(Dörte Haftendorn) 00:13:42-2 Die Riemannsche Vermutung ist immens wichtig, denn es gibt ganz viele mathematische Veröffentlichungen, die damit beginnen: wenn die Riemannsche Vermutung gilt, dann können wir jetzt dies und dieses so und so schließen und so und so machen, die also als Wackelpunkt die Riemannsche Vermutung haben. Deshalb erscheint es den Mathematikern so wichtig, dass die Riemannsche Vermutung vielleicht mal bewiesen wird. Aber: Bewiesen ist bewiesen und unbewiesen bleibt leider unbewiesen. 00:14:30-5*

Musik Ende.

Sprecher Für Bernhard Riemann, den Exakten, den Genauen – eine Niederlage. 1859 stellt Riemann seine Vermutung auf. Einen Beweis findet er nicht mehr. Er stirbt 1866 – da ist er gerade einmal 39 Jahre alt. Der präzise Bernhard Riemann wird vor allem für eines bekannt: Eine mathematische Hypothese!

Oton 14 (15) *(Dörte Haftendorn) 00:20:22-4 Er hatte halt das Bedürfnis nach exakten Aussagen und er hielt das für das Wesen der Mathematik. Und in dem Sinne ist er ein Begründer von der modernen Mathematik. Denn das ist heute unerlässlich. Wer das bestreitet, der hat es halt noch nicht richtig verstanden. 00:20:41-2*

Musik setzt ein: Wie oben.

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

- Zitat Hilbert Wenn ich nach einem tausendjährigen Schlaf aufwachen würde, wäre meine erste Frage: Wurde die Riemann-Hypothese bewiesen?
- Sprecherin Sagt der Mathematiker David Hilbert zu Beginn des 20. Jahrhunderts. Knapp 100 Jahre später ist die Hypothese noch immer nicht bewiesen. Doch die Mathematik als Disziplin hat vom strukturierten Bernhard Riemann profitiert.
- Oton 15 (10) *(Erhard Scholz) 00:12:41-6 Ja, ja, ja. Die Mathematik hat sich natürlich wie alles sehr stark ausdifferenziert. Dazu muss man natürlich sagen: Nicht jeder ist ein Riemann, nee. 00:12:57-2*
- Sprecherin Sagt der Wuppertaler Mathematik-Historiker Erhard Scholz. Kein Wunder also, dass sich auch nach Riemann noch zahlreiche Mathematiker die Köpfe zerbrachen. Zum Beispiel über die Unendlichkeit, an die sich Riemann mit seinen unendlichen Reihen herangepirscht hatte. Doch wirklich erreicht hat er sie nicht. Für ihn war sie immer nur das potentiell Unendliche.

Atmo: Mensa. Die Mensa leert sich.

- Studentin (legt Besteck hin) Potentiell Unendlich!
- Student Hast Du noch Hunger?
- Studentin Nein.
- Student Gehen?
- Studentin Geht nicht.
- Student Wieso?

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

- Studentin Potentiell Unendlich! Der Weg aus der Mensa ist potentiell unendlich!
- Student Ich geh' dann mal. (Steht auf)
- Studentin Warte! (steht auch auf) Wenn wir jetzt gehen, erreichen wir irgendwann die Hälfte der Strecke zur Tür.
- Student So wie jetzt.
- Studentin Und dann gehen wir wieder die Hälfte der verbleibenden Strecke. Dann sind wir insgesamt $\frac{3}{4}$ der Gesamtstrecke bis zur Tür gelaufen.
- Student So wie jetzt.
- Studentin Bis wir auch vom letzten Viertel wieder die Hälfte gelaufen sind, also $\frac{7}{8}$ der Gesamtstrecke. Und immer so weiter. Ad infinitum. Bis ins Unendliche. Eine ganz lange Reihe.
- Student Und was kommt bei dieser unendlichen Reihe raus?
- Studentin 1.
- Student Das heißt: Ich erreiche die Tür doch irgendwann?!
- Studentin (lacht) Ja klar!
- Student Aber: was ist denn dann mit Deiner Unendlichkeit?
- Studentin Nicht das Ergebnis ist unendlich, sondern die Anzahl der Summanden: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \dots$ Ein Prozess, der immer weiter gehen kann.

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

Student Potentiell unendlich!

Studentin So wie jetzt! (geht wieder los) Kaffee?

Atmo Ende.

Oton 16 (12) *(Erhard Scholz) Das schätze ich an der Mathematik. Sie ist eine schöne, verstehbare, symbolische Sprache und Welt, die uns auch die äußere Welt in Bezug auf gewisse Aspekte sehr gut intellektuell erschließt. 00:48:04-6*

Sprecherin Zumindest sieht das Erhard Scholz so – auch bei eher abstrakten Themen! Das potentiell Unendliche. Es steht für unendliche Reihen, Grenzwerte, neue Möglichkeiten. Es ist die Grundlage für den nächsten Schritt. Einen gefährlichen Schritt. Hinein ins echte Unendliche. Ende des 19. Jahrhunderts traute sich ein Mathematiker, diesen Schritt zu gehen: Georg Cantor. Der Mann, der allein das Unendliche begriff – mitten in der Provinz. In Halle an der Saale.

Musik: Cantor.

Oton 17 (10) *(Walter Purkert) 00:04:20-0 Halle war ja wirklich eine preußische Provinz-Universität und es gab nicht sehr viel Mathematik-Studenten und die guten Studenten gingen halt nach Berlin oder Göttingen.*

Sprecher Erzählt Walter Purkert. Der Mathematiker hat eine Biografie über Georg Cantor geschrieben. Halle ist der ideale Ort, um zu arbeiten, zu forschen, sich zurückzuziehen und neue, revolutionäre Ideen zu entwickeln. Die Ruhe, die Konzentration, ein Segen. Doch es fehlt der Austausch mit den Kollegen. Das Korrektiv, das normale Leben außerhalb der Mathematik. Stattdessen Einsamkeit, kaum Anerkennung, Gedanken in

immer denselben Bahnen. Ein Fluch. Georg Cantor fühlt sich unverstanden und ist ein Einzelkämpfer – gezwungenermaßen. Denn er hätte gerne an einer bedeutenden Universität geforscht.

Oton 18 (15) *(Walter Purkert) 00:07:22-0 Ja, in der Tat. Also, da gibt es viele Zeugnisse, dass er gerne weggegangen wäre von Halle. Weil er eben meinte, dass von seiner Bedeutung her er an eine große Universität gehört - etwa nach Göttingen oder nach Berlin. Aber das hat eben nie geklappt. 00:07:39-0*

Sprecher Hat sich Cantor in sich selbst getäuscht? Waren seine Erkenntnisse gar nicht so wichtig? Ist Cantor verrückt geworden, weil er sich der Unendlichkeit gestellt hat? Musste deshalb sein Leben im Sanatorium enden? Am Anfang scheint alles ganz ungefährlich. Denn Georg Cantor beginnt seine Arbeit genau wie Bernhard Riemann mit den kleinsten Bausteinen der Mathematik: Den Zahlen. Aus den Zahlen formt Cantor Mengen. Und so gelangt er schließlich vom ganz Kleinen zum ganz Großen!

Musik startet: Spielerisch.

Oton 19 (27) *(Walter Purkert) 00:09:29-3 Man muss seinen Ausgangspunkt nehmen von den endlichen Zahlen. Man beginnt ja schon im Grunde in der ersten Klasse damit, wenn man einem Kind erklären will, die Zahl 3. Dann werden da drei Kugeln gemalt, drei Schafe, drei Bäume, drei Striche und so weiter, und das Kind soll erfassen, dass alle diese Mengen eine einzige Gemeinsamkeit haben und nur eine. Das ist sozusagen diese Dreiheit, dass sie drei Elemente enthalten.*

Sprecher Eben drei Kugeln, drei Schafe oder drei Striche. Doch jetzt wird es etwas komplizierter. Denn der Mathematiker stellt sich nun eine Frage:

Oton 20 (11) *(Walter Purkert) Wie kann man diese Dreiheit charakterisieren? Die kann man dadurch charakterisieren: Wenn man zwei solche Mengen nimmt, dass man dann eine eindeutige Zuordnung hat. Das heißt: jedem Element der einen Menge entspricht genau eines der anderen und umgekehrt.*

Sprecher Also die 1 für den ersten Baum, die 2 für den zweiten Baum und so weiter...

Oton 21 (5) *(Walter Purkert) Und diese Idee, die hat Cantor auf das Unendliche übertragen.*

Sprecher Und zwar mit Hilfe der Primzahlen. Von denen es zwar unendlich viele gibt. Die aber trotzdem nur ein Teil der natürlichen Zahlen sind. Denn nicht jede Zahl ist eine Primzahl. Von den natürlichen Zahlen gibt es natürlich auch unendlich viele. Doch wenn es unendlich viele Primzahlen und unendlich viele natürliche Zahlen gibt, bleibt die Frage: Von welchen Zahlen gibt es mehr? Oder anders ausgedrückt: Ist unendlich immer gleich unendlich?

Musik blendet auf.

Sprecher Diese Frage stellt sich Ende des 19. Jahrhunderts auch Georg Cantor. Und die Antwort lautet: ja! Jedem Element der einen Menge entspricht eindeutig ein Element der anderen Menge. Die erste Primzahl kommt zur 1, die zweite Primzahl kommt zur 2 und so weiter.

Oton 22 (13) *(Walter Purkert) Sie können also die Menge der Primzahlen, die eine echte Teilmenge der Menge der natürlichen Zahlen ist, eindeutig auf die Menge der natürlichen Zahlen abbilden. Sie hat also sozusagen dieselbe Anzahl von Elementen – diese Unendlichkeit.*

Sprecher So weit, so schwer zu verdauen. Cantor geht noch einen Schritt weiter.

Musik blendet auf.

Sprecher Als nächstes nimmt er sich noch einmal zwei Mengen vor. Zum einen erneut die natürlichen Zahlen. Und zum anderen die irrationalen Zahlen. Also die Zahlen, die unendlich viele Stellen hinter dem Komma haben. So wie die Wurzel aus 2 oder die Kreiszahl Pi. Auch von diesen irrationalen Zahlen gibt es unendlich viele. Cantor stellt sie sich als Punkte auf einer Linie vor. Dicht an dicht. Und diese Linie hat einen Namen: Das Kontinuum.

Musik blendet auf: mystische Zahlen.

Sprecher Und wieder stellt er sich die Frage: Ist unendlich gleich unendlich? Lässt sich die Menge der natürlichen Zahlen eindeutig auf die Menge der irrationalen Zahlen abbilden? Die Antwort diesmal: Nein! Cantor kann zeigen, dass die irrationalen Zahlen eben nicht mehr eindeutig den natürlichen Zahlen zuzuordnen sind. Die Punkte auf der Linie sind viel mehr. Unendlich viel mehr. Eine neue Stufe der Unendlichkeit!

Musik blendet auf.

Sprecher Es ist eine Revolution. Cantor betritt die echte Unendlichkeit. Und beginnt, damit zu rechnen – addieren, multiplizieren, potenzieren.

Oton 23 (18) *(Walter Purkert) Die herausragende Leistung war, dass er diese Dinge der Mathematik zugänglich gemacht hat, indem er gezeigt hat, dass es verschiedene Abstufungen im Unendlichen gibt, die man sogar durch Zahlen quantitativ charakterisieren kann.*

Sprecher Höhere Mathematik! Für die Beschreibung des Unendlichen führt Cantor ein Zeichen ein: das Aleph. Den ersten Buchstaben des hebräischen Alphabets. Im Hebräischen beginnt sowohl das Wort für *Gott* als auch das Wort für *eins* mit eben jenem Aleph. Aleph₀ steht dabei für die Unendlichkeit der natürlichen Zahlen, die niedrigste Stufe. Und die nächste Stufe? Aleph₁? Ist das bereits das Kontinuum? Oder gibt es zwischen den Unendlichkeiten der natürlichen Zahlen und der irrationalen Zahlen noch weitere Stufen? Und genau wie Riemann hat Cantor eine Vermutung: Er glaubt, dass die Unendlichkeit der irrationalen Zahlen, des Kontinuums, genau die nächsthöhere Stufe auf der Leiter der Unendlichkeit ist. Dass also das Kontinuum Aleph₁ ist. Das ist Cantors Kontinuumshypothese.

Musik Ende.

Sprecher Cantor igelt sich ein und arbeitet wie ein Besessener an seiner Hypothese. Über viele Jahre hinweg. Das eine Mal glaubt er, sie bewiesen zu haben. Dann ist er sich wieder sicher, sie widerlegen zu können. Widersprüche. Immer mehr gerät Cantor in den Sog der Unendlichkeit – bis sein Körper nicht mehr mitmacht. Mitten in einer intensiven Arbeitsphase bricht er zusammen.

Effekt: Wusch.

Sprecher Cantor kommt in ein Sanatorium und leidet unter schweren Depressionen. Doch statt sich von der Mathematik zu lösen, macht er einfach weiter. Immer wieder versucht Cantor, seine Kontinuumshypothese zu beweisen – immer wieder scheitert er. An den Stufen der Unendlichkeit.

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

Oton 24 (6) *(Walter Purkert) Wo dann behauptet wird, Cantor hätte gemeint, dass sind die Stufen zum Throne Gottes. 00:22:21-5*

Sprecher Ganz am Ende erklimmt er sie. Im Januar 1918 stirbt Georg Cantor. Verwirrt im Sanatorium in Halle. Der Mann, der die Mengenlehre begründete und mathematisches Neuland betrat.

Musik Ende.

Zitat Hilbert Aus dem Paradies, das Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können.

Sprecherin David Hilbert. Mathematiker. Er ist es, der im Jahr 1900 in Paris einen richtungsweisenden Vortrag hält. Hilbert ist einer der ersten, der die Bedeutung von Cantors Arbeit erkennt. Auf dem II. Internationalen Mathematiker-Kongress formuliert Hilbert die wichtigsten Probleme der Mathematik. Auf Platz 1 steht Cantors Kontinuumshypothese. Zu diesem Zeitpunkt ahnt noch niemand, wie sehr die Lösung dieses Problems alle überraschen wird.

Atmo: fast leeres Café. Die beiden trinken Kaffee.

Studentin DAS Nichts! Hast Du dich mal gefragt, was das Nichts ist?

Student (stöhnt) Das Nichts ist das Nichts ist das Nichts! Oder?

Studentin Nein! Das Nichts ist wie eine leere Menge!

Student Wie das leere Café?

Studentin So ungefähr. Und die 1 ist dann wie eine Menge, die genau ein Element enthält.

Student Also ein Student im Café.

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

Studentin Nein. Dann wäre die 2 ja wie 2 Studenten im Café. Und so weiter. Dann würde dieselbe Menge ja nur immer voller. Die 1 ist die Menge, die die leere Menge enthält. Wie eine äußere Hülle. Die 2 steht dann für die Menge, die die Menge enthält, die die leere Menge enthält.

Student Also wie der Campus, auf dem das Gebäude steht, in dem das Café ist.

Studentin Ja! Das geht immer so weiter – bis ins Unendliche. Und schon ist aus dem Nichts Alles geworden!

Student Und das nennen wir dann einfach Gott!

Studentin (lacht) Keine schlechte Idee!

Atmo Ende.

Oton 25 (5) *(Erhard Scholz) Das absolut Unendliche ist aber im ganz klassischen scholastischen Sinne: Gott! 00:47:11-0*

Sprecherin Sagt Erhard Scholz. Der Mathematikhistoriker hält es für eine nahe liegende Idee, Zahlen, die Unendlichkeit und Gott zu verbinden.

Oton 26 (11) *(Erhard Scholz) 00:45:18-4 Nun können Sie sagen: Ich bin ja kein Theologe. Also, wenn ich jetzt versuchen soll, mal Amateur-Theologe zu sein, dann könnte ich auf dem Standpunkt sein: Gott ist alles, also ist Gott auch Zahl. Jetzt hoffen wir, dass Gott nicht 0 ist!*

Sprecherin Der Mathematiker, der den direktesten Draht zum Göttlichen und Unendlichen hatte, kam aus Indien: Srinivasa Ramanujan. Genau wie Bernhard Riemann war er introvertiert, in der

Mathematik versunken. Und genau wie Georg Cantor glaubte er an die göttliche Kraft. Doch auch die bewahrte ihn nicht davor, jung zu sterben.

Musik: Indien.

Sprecher Es ist ein kleines Haus im Süden Indiens. Davor sitzt ein junger Mann. Tief gebeugt über eine Schiefertafel. Er beschreibt sie, wischt aus, schreibt neu. Immer und immer wieder. Die Welt um ihn herum scheint er nicht wahrzunehmen. Er ist woanders. Er ist inspiriert von Mathematik. Er sieht Zusammenhänge, die kein anderer sehen kann. Srinivasa Ramanujan weiß. Wie kann das sein?

Oton 27 (2) *(Albrecht Beutelspacher) Das weiß niemand.*

Sprecher Auch nicht Albrecht Beutelspacher. Dabei hat der Professor für Mathematik von der Universität Gießen eine Ramanujan-Biografie übersetzt. Der Titel: Der das Unendliche kannte. Doch woher kannte Ramanujan es?

Oton 28 (10) *(Albrecht Beutelspacher) Er hatte so eine Privatgöttin als Brahmane. Meine Göttin erscheint mir im Schlaf und sagt mir das. Und ich schreibe es einfach auf.*

Musik Ende.

Sprecher Ramanujans Begabung für Mathematik fällt früh auf. Rechnen macht ihm keine Mühe, ansonsten ist er ein eher ruhiger Schüler. Als Ramanujan 15 Jahre alt ist, passiert es. Es ist das Jahr 1903. Eher zufällig fällt ihm ein mathematisches Werk in die Hände. Dabei handelt es sich nicht um ein Lehrbuch, sondern eher um eine Art Formelsammlung.

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

Oton 29 (20) *(Albrecht Beutelspacher) 00:03:33-1 Er hat diese Formelsammlung durchgearbeitet und das war, glaube ich, das prägende Erlebnis für sein wissenschaftliches Leben. Offenbar war es das, was er konnte, was er wollte, was er als seine Aufgabe sah, so was zu machen. Und man kann vereinfacht sagen, er hat diese Formelsammlung einfach weiter geschrieben.*

Sprecher Ein Leben lang. Erst auf Schiefertafeln, dann in kleinen Heftchen.

Oton 30 (21) *(Albrecht Beutelspacher) Nicht ganz so systematisch wie die Formelsammlung. Aber es sind viele, viele, viele Formeln, die er aufgeschrieben hat. Punkt. Sonst hat er eigentlich nichts gemacht. Er hat keine Beispiele dazu gemacht oder Erklärungen. Er hat überhaupt keine Erklärungen gemacht, keine Beweise - das ist das Höchste, was die Mathematiker damals und heute kennen - Beweise. Hat ihn überhaupt nicht gekümmert.*

Sprecher Es ist unglaublich. Ramanujan ist inspiriert. Er ist ein Künstler der Mathematik. Dennoch – oder vielleicht deshalb – bleibt ihm die akademische Karriere versagt. Er wird Buchhalter in der indischen Hafenstadt Madras. Seine Formeln sprudeln weiter aus ihm heraus. Einige davon schreibt er nieder und schickt sie an die führenden Mathematiker der Kolonialmacht – nach England.

Musik: England.

Oton 31 (15) *(Albrecht Beutelspacher) 00:06:59-8 Das war ein Hilferuf, den Ramanujan ausgesandt hat. Er war praktisch gescheitert. Alle seine Versuche, irgendwie Mathematik machen zu dürfen und davon leben zu können, waren gescheitert. Das war seine letzte Chance.*

Atmo: Papier und Feder (dezent).

Zitat Ramanujan Sehr geehrter Herr, darf ich mich Ihnen vorstellen als Angestellter der Buchhaltung in der Hafenverwaltung von Madras. Ich habe keine abgeschlossene Universitätsausbildung. Ich habe nicht den konventionellen Weg beschritten, dem man in einer Vorlesung an der Universität folgt, sondern ich gehe einen eigenen, neuen Weg. Ich bitte Sie, die beigelegten Papiere durchzusehen.

Ich verbleibe mit vorzüglicher Hochachtung. S. Ramanujan.

Atmo Ende.

Sprecher Ein solcher Brief landet auch am Trinity College in Cambridge. Auf dem Schreibtisch von Godfrey Harold Hardy, einem der führenden Mathematiker seiner Zeit. Ramanujans Aufzeichnungen erscheinen Hardy wie ein einziges Durcheinander. Für Hardy nicht akzeptabel. Denn er ist der Mathematiker, der für seine Exaktheit, seine Liebe zur Klarheit und seine eindeutigen Beweise berühmt ist. Doch irgendetwas macht Hardy stutzig.

Oton 32 (16) *(Albrecht Beutelspacher) Er sagt: Die Formeln sind so fremd, dass die sich niemand hat einfach nur ausdenken können. Die müssen wahr sein, weil niemand auf die Idee kommt, sich so was Fremdes, so was Merkwürdiges auszudenken. Also Hardy hat das verstanden. Das war sozusagen der Glücksfall.*

Sprecher Und Hardy trifft eine Entscheidung, die sein Leben, das von Ramanujan und die ganze Mathematik verändern wird. Er holt den Inder nach England.

Musik.

Sprecher Im Jahr 1913 trifft Ramanujan in Cambridge ein und erleidet einen Kulturschock. England ist hoch industrialisiert, und das Leben am College folgt starren Regeln und Strukturen. Ein Inbegriff dieses College-Lebens ist Hardy. Er ist intelligent, wortgewandt, doch menschlich unnahbar. Ramanujan und Hardy könnten unterschiedlicher kaum sein. Der eine: intuitiv, kreativ. Der andere: stringent, strukturiert. Und Hardy will seine Art auf Ramanujan übertragen.

Oton 33 (16) *(Albrecht Beutelspacher) Und er sah jetzt bei Ramanujan diese wunderbaren Formeln und sonst nichts. Also, er musste doch diesem jungen Mann beibringen, was eigentlich ein Beweis ist. Kann man sich fast vorstellen: Sie haben sozusagen die Ärmel aufgekrempt und gesagt: Jetzt wollen wir das Zeug auch mal beweisen. Das ist aber nicht gut gegangen. 00:10:28-1*

Musik Ende.

Sprecher Ramanujan fühlt sich eingeengt, seine Kreativität leidet. Das ist nicht seine Art Mathematik. Und Hardy versteht schließlich.

Oton 34 (12) *(Albrecht Beutelspacher) Das bringt gar nichts. Also Hardy ist sozusagen über seinen Schatten gesprungen, Beweise lassen wir mal weg: Ich muss den Mann fördern, in dem Sinne, dass ich ihm die Möglichkeit gebe, weiter so kreativ tätig zu sein.*

Sprecher Als Dank nimmt Ramanujan Hardy mit in die Unendlichkeit.

Musik: Primzahlen (geheimnisvoll, etwas bedrohlich).

Oton 35 (35) *(Albrecht Beutelspacher) 00:14:18-0 Seine Welt war die Welt der Zahlen. Und zwar jetzt nicht der einzelnen Zahlen, dass er jetzt die Eigenschaften der Zahl 8 untersucht hat oder die Eigenschaft der Zahl 10, sondern er hat die Zahlen immer gesehen als Teil*

einer unendlichen Folge. Und in der Regel auch unendliche Reihen. Also: $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16$ und so weiter. Das sind die unendlichen Reihen und das hat man gelernt, mit diesem Unendlichen wirklich umzugehen, das Unendliche wirklich zu erfassen, zu beherrschen. Und ich glaube, da war Ramanujan ein Meister, da ein richtig sicheres gutes Gefühl zu haben. 00:19:15-1

Sprecher Zum Beispiel für die irrationalen Zahlen, also die Zahlen, die hinter dem Komma unendlich weitergehen. Die meisten dieser Zahlen kann man mit Hilfe von unendlichen Reihen darstellen. Darin war Ramanujan unschlagbar. Eine der bekanntesten dieser Zahlen ist die Kreiszahl Pi. Und Ramanujan hat einige Formeln für ihre Berechnung aufgestellt.

Sprecherin
$$\frac{1}{\pi} = \frac{\sqrt{8}}{9801} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)! (1103 + 26390n)}{(n!)^4 396^{4n}}$$

Oton 36 (35) *(Albrecht Beutelspacher) Das sind nun keine Formeln, die irgendwie sich durch Eleganz auszeichnen. Die sind auf den ersten und manchmal auch auf den zweiten Blick alles andere als schön. Das stehen irgendwelche Zahlen drin, die man überhaupt nicht versteht: 9801 geteilt durch Wurzel sowieso mal Summe von dem und dem und dem - etwas, was man auch ganz schlecht sich merken kann. Aber eine Formel, die ganz tiefe Einsicht zeigt, denn mit diesen Formeln kann man Pi ganz schnell berechnen. Also ganz unglaublich. 00:16:08-7*

Musik Ende.

Oton 37 (32) *(Albrecht Beutelspacher) 00:33:23-3 Er war ein unglaubliches Genie. Etwas, was ich überhaupt nicht verstehe, wie jemand diese tiefen, schwierigen Formeln, von denen jeder normaler*

Mathematiker glücklich wäre, eine in seinem Leben zu beweisen, wie er die sozusagen am Fließband produzieren konnte. Eine nach der anderen. Viele einfach gesehen hat, er muss einen unglaublichen Instinkt, eine unglaubliche Einsicht gehabt haben, um auf diese Formeln zu kommen. Also wenn das Genie auf einen Mathematiker zutrifft, dann auf Ramanujan. 00:34:07-4

Musik blendet.

Sprecher Das Genie kann sich nicht entfalten. Ramanujan ist gerade ein Jahr in England, da bricht der Erste Weltkrieg aus. Für Ramanujan der Anfang vom Ende. Das College-Leben verwaist und seine sozialen Kontakte gehen gegen 0, erzählt Albrecht Beutelspacher.

Oton 38 (16) *(Albrecht Beutelspacher) Man kann sich ja vorstellen: er saß tagelang allein in seinem Zimmer, hat keinen Besuch erhalten, ging auch nicht aus, hat versucht, sich irgendwie auf Mathematik zu konzentrieren, was dann in der Situation auch nicht mehr so ganz 100-prozentig funktionierte. Er war da sehr unglücklich. 00:30:45-7*

Sprecher Hinzu kommt, dass er sich mit seiner Familie zu Hause zerstreitet. All das lässt Ramanujan verzweifeln – er sieht nur noch einen Ausweg.

Musik blendet auf.

Sprecher Es ist ein Februartag im Jahr 1918, als sich Ramanujan in London vor eine U-Bahn stürzt.

Musik blendet auf.

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

Sprecher Sein Selbstmord-Versuch scheitert. Der Zug kann rechtzeitig bremsen - und hält nur ein kurzes Stück von ihm entfernt.

Musik blendet auf.

Sprecher Ramanujan ist ein gebrochener Mann. Immer wieder muss er in verschiedene Sanatorien. auch die Ärzte können ihm nicht wirklich helfen. Freunde hat er kaum. Nur Hardy und seine Zahlen.

Musik.

Sprecher Als der Erste Weltkrieg schließlich zu Ende geht, kehrt Ramanujan in seine Heimat zurück. Er ist ein Volksheld, doch seine Kreativität ist versiegt, seine Begeisterung verfliegen. Srinivasa Ramanujan stirbt im April 1920 mit 32 Jahren. War es England? War es die Einsamkeit? Oder hatte er sich schlicht in den unendlichen Weiten der Mathematik verloren?

Oton 39 (18) *(Albrecht Beutelspacher) 00:32:38-2 Die Mathematik war sein Glück. Das war das Paradies für ihn. Und er hat in England eigentlich nur überlebt, weil er die Mathematik hatte - ohne Mathematik wäre er da völlig vor die Hunde gegangen. Mathematische Probleme waren ein Fenster für die Unendlichkeit. Ein Fenster in die Welt zu gehen. Mathematik war das Glückserlebnis an sich für ihn. 00:33:14-1*

Musik.

Oton 40 (20) *(Erhard Scholz) Das Verhältnis von Intuition und intuitiver Neuschöpfung, von Einsichten und formaler Durcharbeitung ist also eine große Spanne, und jeder Mathematiker muss auf beiden Seiten arbeiten könne. Die einen arbeiten mehr auf der einen, die anderen mehr auf der anderen. 00:28:51-8*

Sprecherin Sagt der Mathematik-Historiker Erhard Scholz. Die Mathematik braucht eben auch Kreativität, Intuition und Ästhetik:

Oton 41 (10) *(Erhard Scholz) 00:29:11-7 Und wann bezeichnet ein Mathematiker einen Beweis oder ein Theoriestück als schön? Dann, wenn er in besonderer Weise unserem gedanklichen Zugang neue Wege eröffnet.*

Atmo: leeres Café. Die beiden sitzen noch. Irgendwo wird Espresso gemacht.

Studentin Du weißt doch, was ein Barbier ist?

Student Muss ich mich rasieren?

Studentin Oder rasieren lassen. Ich definiere einen Barbier auf jeden Fall als jemanden, der alle rasiert, die sich nicht selbst rasieren.

Student Gut.

Studentin Und: rasiert sich der Barbier dann selbst?

Student Ja klar! Der kann das doch besser als alle anderen.

Studentin Aber das ist doch ein Widerspruch.

Student Wieso?

Studentin Weil der Barbier nach meiner Definition nur Männer rasiert, die sich nicht selbst rasieren. Wenn er sich selbst rasiert, rasiert er doch auch einen Mann, der sich rasiert! Ein Widerspruch.

Student Dann rasiert er sich eben nicht selbst.

Studentin Dann muss er sich natürlich rasieren. Denn der Barbier rasiert ja alle, die sich nicht rasieren. Habe ich ja so definiert!

Atmo Ende.

Sprecherin Die Logik kann uns ganz schön verwirren. Welche Aussagen sind wahr? Welche nicht? Was ist beweisbar? Und was nicht? Gibt es vielleicht logische Lücken in der Unendlichkeit der Mathematik? Eine gefährliche Vorstellung. Denn in Lücken kann man verloren gehen. Etwas, was sich weder Riemann noch Cantor vorstellen konnten. Ein Irrtum! Die Mathematik kann doch nicht alles erklären. Es gibt Lücken. Der Entdecker dieser Ungeheuerlichkeit: Kurt Gödel aus Wien.

Musik: Gödel.

Sprecher Das Haar ist streng zurückgekämmt. Auf der Nase eine Brille mit runden Gläsern. Hemd und Krawatte sitzen perfekt. Die Fotografie zeigt einen jungen Mann Mitte 20. Er sieht ein wenig aus wie der überkorrekte Student. Doch der Mann ist bereits promoviert und hat die Mathematik erschüttert.

Oton 42 (8) *(Werner DePauli) Nämlich: Gödel hat gezeigt, dass es eben wahre Sätze gibt, die nicht beweisbar sind. 00:08:31-2*

Sprecher Sagt der Wiener Mathematiker Werner DePauli-Schimanovich. Wahre Sätze, die nicht beweisbar sind? Gödels Unvollständigkeitssatz! Ein mathematisches Erdbeben. Beweis-Lücken. Aussagen, die man einfach glauben muss? Immer mit dem Risiko, dass sie vielleicht doch nicht wahr sind? Kaum vorstellbar.

Oton 43 (20) *(Werner DePauli) Es ist eben philosophisch so relevant, sowohl für die Mathematik gewesen als auch heute für die Informatik als*

auch für die gesamte Wissenschaft, dass dieses Ergebnis heute als der bedeutendste mathematische Satz des vergangenen Jahrhunderts angesehen wird. 00:11:39-8

Musik blendet auf.

Sprecher Schon als kleines Kind stellt Kurt Gödel alles in Frage. Er wächst in Brünn im heutigen Tschechien auf und ist ein ausgezeichnete Schüler. In einem Zeugnis von 1917 findet sich ausschließlich die Note „sehr gut“ – mit einer Ausnahme. Ein „Gut“ in Mathematik. Kurt Gödel ist schon als Junge ein Eigenbrötler und später ein eigensinniger Mann.

Oton 44 (15) *(Werner DePauli) 00:00:51-9 Er war ein ganz ein schüchterner, introvertierter Mensch, der ständig in seiner Gedankenwelt gelebt hat und der sich wenig zu wenig geäußert hat. Auch nicht zu seinen Eltern oder zu seinem Bruder. 00:01:35-1*

Sprecher Zu ihm zieht Kurt Gödel 1924 nach Wien. Dort studiert er Mathematik. Es ist die Zeit, in der er Kontakte zum Wiener Kreis pflegt. Einem Diskussionsforum für Mathematiker und Philosophen. Eine Kombination, die genau zu Gödel passt.

Oton 45 (18) *(Werner DePauli) 00:03:59-2 Ich würde sagen: Er war Mathematiker, aber er war jemand, der sich immer für Philosophie interessiert hat. Und er hat auch immer betont, seine Ergebnisse kamen nur zu Stande, weil er durch die Beschäftigung mit der Philosophie zu diesen Problemen hingeführt wurde. 00:04:18-5*

Sprecher Eines dieser Probleme: Die Unendlichkeit. Und genau wie Georg Cantor und Srinivasa Ramanujan verbindet Gödel die Mathematik mit Gott. Und ist erfolgreich. Mit den Mitteln der Logik kann er schließlich zeigen: Gott ist immerhin denkbar!

Oton 46 (21) *(Werner DePauli) Er hat nur bewiesen, dass wenn ich so etwas annehme, dass das dann auch existiert. Und da hat er dann gezeigt, dass bei einem Begriff, der alles Positive in sich hat, ja. Dass wenn der möglich ist, dann muss er schon auch existieren.*
00:28:56-0

Sprecher Wenn ich etwas denken kann, kann es auch existieren. So weit, so philosophisch-logisch.

Musik blendet auf.

Sprecher Wer vor Gott nicht Halt macht, kann sich erst recht der nächsten Herausforderung aus der Unendlichkeit stellen. Und so widmet sich Gödel der Nummer 1 von Hilberts Problem-Liste: Cantors Kontinuumshypothese!

Musik blendet auf.

Sprecher Die Stufen des Unendlichen zum Throne Gottes. Cantor hatte gezeigt, dass es mehrere Abstufungen des Unendlichen gibt. Und vermutete, dass zwischen den Unendlichkeiten der natürlichen Zahlen und der irrationalen Zahlen keine weiteren Unendlichkeiten liegen. Das Kontinuum sei Aleph_1 . Kurt Gödel nähert sich auch diesem Problem mit logischen Mitteln. Und wieder kommt er zu faszinierenden Ergebnissen. Von denen Cantor nichts ahnte.

Musik blendet auf.

Sprecher Gödel kann die Kontinuumshypothese weder beweisen noch widerlegen. Doch er kann zeigen, dass Cantors Hypothese zumindest nicht im Widerspruch zu den mathematischen Grundlagen steht. Scheinbar eine triviale Erkenntnis. Gödel

dämmert etwas. Er ist auf dem Weg zur nächsten Lücke. Denn er nimmt an, dass sich Cantors Hypothese der Mathematik komplett entzieht.

Musik.

Sprecher Um seine Vermutung zu beweisen, muss Gödel zeigen, dass auch die Verneinung der Kontinuumshypothese nicht im Widerspruch zur Mathematik steht. Schafft er das, so hat er tatsächlich eine Lücke gefunden, einen mathematischen Abgrund. Dann kann Cantors Hypothese mit den Mitteln der Mathematik weder bewiesen noch widerlegt werden. Sie wäre unabhängig.

Musik.

Sprecher Gödel sucht diesen Beweis fieberhaft – doch er scheitert. Erst viele Jahre später gelingt der Beweis einem anderem Mathematiker: dem Amerikaner Paul Cohen. Die Kontinuumshypothese fällt tatsächlich durch das Netz der Mathematik. Kein Wunder, dass Cantor daran verzweifelt ist. Seine Hypothese kann weder bewiesen noch widerlegt werden.

Oton 47 (10) *(Werner DePauli) 00:21:29-8 Und das ist bei der Kontinuumshypothese so der Fall. Da weiß man nicht, was man tun soll. (lacht) 00:21:39*

Musik Ende.

Sprecher Als Cohen 1963 seinen Beweis veröffentlicht, lebt Gödel in den USA. Genau wie Ramanujan hat auch er die Wirren eines Weltkrieges zu spüren bekommen. 1940 verlassen Gödel und seine Frau Österreich und gehen in die USA. Dort wird Gödel bis zu seinem Tod bleiben. Er arbeitet am *Institute for Advanced*

Studies in Princeton und trifft einen Mann, der sich auch den grundsätzlichen Fragen gewidmet hat: Albert Einstein. Die beiden werden Freunde, erzählt der Wiener Mathematiker Werner DePauli-Schimanovich.

Oton 48 (16) *(Werner DePauli) Und der Einstein hat gesehen, dass der Gödel ein extravaganter Mensch ist. Einstein war sowieso schon weltberühmt schon zu der Zeit. Und die anderen Mitglieder waren dem Einstein irgendwie ein bisschen zu trivial. Der Gödel war ihm wahrscheinlich durchaus irgendwie angemessener. Der hat ihn interessiert. 00:33:50-1*

Sprecher Und Gödel interessiert sich für Einstein und dessen Relativitätstheorie. Denn sie öffnet ihm noch einmal das Tor in eine neue Unendlichkeit.

Musik startet: Weltraum.

Sprecher Das Universum. Auch davor schreckt der Logiker nicht zurück. Gödel begibt sich in die unendlichen Weiten. Dabei stellt er sich das All als ein Gebilde vor, das zwar rotiert, sich aber nicht weiter ausdehnt.

Oton 49 (24) *(Werner DePauli) Und der Gödel hat gezeigt, dass man über diesen optischen Horizont hinausfliegen kann. Man braucht nur riesige Raketen dazu, die schon sozusagen die ganze Erde fast verfeuern müssten, um zu beschleunigen. Aber wenn Sie über den optischen Horizont herausgelangen, können Sie gleiten und nachher wieder abbremsen und in der Vergangenheit landen. 00:25:45-1*

Sprecher Ein logisches Gedankenexperiment. Gödel stellt sich die Zeit als eine Art geschlossene Kurve vor, an der man entlang reisen

kann. In der Vergangenheit angekommen, kann man dann kurzerhand den Lauf der Dinge ändern.

Oton 50 (21) *(Werner DePauli) 00:26:00-5 Na ja, das ist eben nicht möglich. Man kann zwar Reisen machen, aber gegen die Kausalität handeln kann man deswegen nicht. Man kann nicht sozusagen den Großvater - vielleicht sehe ich ihn, aber ich kann ihn nicht sozusagen anfassen oder so, ja. Also: man könnte in gewisser Weise sagen: Zeitreisen finden jenseits der Kausalität statt. 00:26:44-2*

Sprecher Logik und Phantasie. Die Kombination zum Verrückt-Werden. Und genau das passiert mit Kurt Gödel. Er entrückt der Realität. Er leidet unter Verfolgungswahn. Er fürchtet, jemand könnte ihn vergiften. Deshalb isst er nichts mehr. Am Ende wiegt Kurt Gödel gerade einmal 36 Kilogramm. Im Januar 1978 stirbt er im Alter von 71 Jahren. Er ist der letzte der 4 Musketiere, die sich demselben Phänomen gestellt haben: der mathematischen Unendlichkeit.

Oton 51 (8) *(Werner DePauli) 00:37:11-2 Das ist die höchste Autorität, die Mathematik. Da kann man nicht irgendwas daherreden – das ist einfach etwas, was Hand und Fuß hat.*

Musik-Wechsel.

Sprecherin Bernhard Riemann.

Sprecher Der die Grundlagen schuf. Der Mathematiker, der die Unendlichkeit im Griff hatte. Doch seine Vermutung zur Verteilung der Primzahlen ist bis heute unbewiesen.

Sprecherin Georg Cantor.

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

Sprecher Der verschiedene Stufen des Unendlichen erkannte und auf dieser Treppe nach oben stolperte. Seine Kontinuumshypothese kann weder bewiesen noch widerlegt werden.

Sprecherin Srinivasa Ramanujan.

Sprecher Der das Unendliche kannte. Der Künstler unter den Mathematikern, der keine Beweise brauchte. Er hatte ja seine Intuition. Die ihn in das Zentrum der Mathematik führte, nach England. Dort jedoch zerbrach er.

Sprecherin Und Kurt Gödel.

Sprecher Der die Existenz Gottes bewies. Der die Zeitreise durchdachte und sich wie Cantor vergeblich am Kontinuum versuchte. Der Logiker, der die Unsicherheit in die Mathematik brachte – und selbst ganz verunsichert starb.

Musik setzt ein.

Sprecherin Alle vier haben gekämpft, Einsichten gewonnen...

Sprecher ...und sich an der Unendlichkeit festgehalten. Manchmal mehr als am realen Leben.

Sprecherin Der Physiker und Philosoph Carl Friedrich von Weizsäcker hat einmal gesagt:

Zitat Weizsäcker Das Unendliche ist dort, wo der Unsinn vernünftig wird.

Sprecherin Verstehen Sie es einfach als eine kleine Warnung.

Sprecher So wie der Mathematik-Historiker Erhard Scholz.

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

- Oton 52 (10) *(Erhard Scholz) Dass, wenn man beginnt, über das Unendliche nachzudenken, man höllisch aufpassen muss.*
- Sprecherin Am Abgrund der Unendlichkeit.
Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen.
- Sprecher Sie hörten ein Feature von Sven Preger.
- Sprecherin Es sprachen:
- Sprecher Claus Dieter Clausnitzer.
- Sprecherin Anja Niederfahrenhorst.
- Sprecher Xenia Snagowski.
- Sprecherin Simon Rohden.
- Sprecher Und Thomas Lang.
- Sprecherin Realisation: Jutta Stein, Claus-Peter Heieck und Sven Preger.
- Sprecher Redaktion: Ulrike Bajohr.
- Student Du studierst doch bestimmt Mathematik, oder?
- Studentin Ja klar! Was denn sonst!
- Student Ganz gefährlich. Grenzwerte, Unendlichkeit und all das. Das macht Dich doch nur verrückt!
- Oton 53 (7) *(Werner DePauli) 00:35:40-7 Nein, ich glaube, es ist umgekehrt. Nur wenn jemand von Natur aus schon einen Schlag hat, dann*

Deutschlandfunk Feature Studiozeit
Am Abgrund der Unendlichkeit – Wenn Mathematik und Wahnsinn aufeinandertreffen

studiert er Mathematik. (lacht).

Musik Ende.

Sprecher Eine Produktion des Deutschlandfunks 2008.